**DOCUMENTATION PASS-ALM**

**BRIQUE CALCULATEUR**

**DOCUMENTATION DU MODÈLE D’AMORTISSEMENT sur les TITRES**

**Sommaire**

[1. Synthèse du document 2](#_Toc183617723)

[2.1 Modèle général d’amortissement du capital 2](#_Toc183617724)

[2.2 Comparaison avec RCO 3](#_Toc183617725)

[3. Données & Sources 3](#_Toc183617726)

[3.1 Sources RCO 3](#_Toc183617727)

[3.1 Scénarios de taux 6](#_Toc183617728)

[3.2 Périmètre 6](#_Toc183617729)

[3.3 Nomenclature 6](#_Toc183617730)

[4. Modélisation 7](#_Toc183617731)

[4.1. Contraintes et choix de modélisation 7](#_Toc183617732)

[4.2 Calcul du taux d’inérêt 7](#_Toc183617733)

[4.3 Amortissement des contrats 9](#_Toc183617734)

[4.5 Calcul des indicateurs 16](#_Toc183617735)

[5. Comparaison avec RCO 17](#_Toc183617736)

**Objet**

Ce fichier vise à documenter la façon dont l’écoulement des swaps (taux, devise, asset) est simulé dans PASS-ALM. Cela comprend les produits à taux fixe et à taux variables. Ce document référence les sources utilisées et explicite les modèles implémentés. Il se conclut avec une comparaison des résultats des modélisations PASS-ALM et RCO.

# Synthèse du document

Cette partie synthétise les éléments essentiels du document. Pour une meilleure compréhension de la démarche, la lecture de l’ensemble du document est recommandée.

## 2.1 Modèle général d’amortissement du capital

La formule générale appliquée dans PASS-ALM pour l’amortissement du capital d’un titre est la suivante :

,

Cette formule est adaptée en fonction du profil du contrat : profil et fréquence d’amortissement, capitalisation des intérêts, paramètres de palier etc.

La formule ainsi écrite permet une implémentation dans python maximisant l’usage des librairies *numpy* et *numexpr* et en conséquence, elle permet d’accélérer les temps d’exécution.

## 2.2 Modèle d’amortissement de la décote et de la surcote

La valorisation comptable d’un titre implique non seulement d’amortir le capital restant d’un titre selon les caractéristiques du titre et de sa position, mais implique également d’amortir la surcote ou la décote associée au titre pour actualiser sa valeur au moment du calcul.

Cette surcote/décote est amortit de façon linéaire dans PASS-ALM jusqu’à la maturité du titre :

,

## 2.3 Modèle de calcul de la MNI

La MNI d’un titre est calculée comme la MNI du contrat à laquelle on retranche le flux de décote/surcote mensuel :

## 2.3 Comparaison avec RCO

PASS-ALM arrive à bien reproduire les chiffres de RCO, comme le montrent les tableaux suivants qui présentent une comparaison entre RCO et PASS-ALM sur deux indicateurs issus de simulations effectuées sur swaps taux fixe du bassin BP à la DAR du 31/03/2024 :

# 3. Données & Sources

## 3.1 Sources RCO

### 3.1.1 Fichier LDP

Les fichiers LDP extraits d’RCO contiennent l’ensemble des contrats à simuler pour un bassin ou un établissement donné. Les champs utilisés par la projection sont les suivants :

|  |  |
| --- | --- |
| **NOM** | **DESCRIPTION** |
| *bassin*  *etab*  *darnum*  *contract\_reference*  *security\_reference*  *contract\_type*  *matur*  *currency*  *rate\_category*  *family*  *gestion*  *counte*  *trade\_date*  *value\_date*  *first\_amort\_date*  *maturity\_date*  *rate\_value*  *amortizing\_type*  *periodicity*  *amortizing\_periodicity*  *accrual\_basis*  *compound\_periodicity*  *broken\_period\_type*  *performing\_status*  *Cap\_Strike*  *Floor\_Strike*  *fixing\_periodicity*  *fixing\_next\_date*  *curve\_name*  *tenor*  *rate\_code*  *Mkt\_spread*  *Mult\_spread*  *Calc\_day\_convention*  *echeance\_eur*  *unity\_nominal\_eur*  *unity\_outstanding\_eur*  *irr\_position\_date*  *long\_short*  *number\_of\_securities*  *current\_premium* | Le bassin comme BP, CEP  L'établissement ayant émis le contrat  La date de la DAR écrite sous forme la forme "YMD"  Le numéro de référence du contrat/de la position  L’identifiant du titre  Le type de contrat  Le descriptif du type de la maturité (court ou long)  La devise  Le type de taux (fixe ou variable)  Le marché  Les intentions de gestion  La contrepartie  La date de négociation  La date de valeur  La date du premier amortissement  La date de maturité  Le taux du crédit  Le type d'amortissement  La fréquence de paiement des intérêts  La fréquence d'amortissement  La convention de base  La fréquence de capitalisation des intérêts  La gestion des premières/dernières périodes d'amortissement  Le caractère sain ou douteux d'un contrat  Le plafond à appliquer au taux  Le seuil à appliquer au taux  La fréquence de fixing  La date du prochain fixing  Courbe sur laquelle est indexé le contrat  Tenor de la courbe  Autre nom de la courbe de taux  Spread de marché contractuel  Facteur de marge contractuel  La façon dont les périodes sont ajustées en fonction des jours ouvrés  L'échéance avant le premier palier  Le nominal unitaire du titre  La position unitaire courante du titre  La date à laquelle le gap de taux passe à 0  Le sens du titre  Le nombre de titres actuellement détenus  La valeur courante de la surcote/décote |

### 3.1.2 Fichier PALIER

Les fichiers LDP\_PAL contiennent l’ensemble des contrats contenant des paliers pour un bassin ou un établissement donné. Les champs utilisés par la projection sont les suivants :

|  |  |
| --- | --- |
| **NOM** | **DESCRIPTION** |
| *Bassin*  *etab*  *darnum*  *base\_contract\_ref*  *begin\_date*  *amortizing\_periodicity*  *accrual\_basis*  *rate\_value*  *periodicity*  *amortizing\_type*  *ftp\_rate\_value*  *capitalization\_rate*  *compound\_periodicity*  *cap*  *floor*  *curve\_name*  *tenor*  *rate\_code*  *rate\_type*  *fixing\_periodicity*  *mult\_spread*  *mkt\_spread*  *fixing\_next\_date*  *new\_value\_eur*  *nb\_fixing\_days* | Le bassin comme BP, CEP  L'établissement ayant émis le contrat  La date de la DAR écrite sous forme la forme "YMD"  Le numéro de référence du contrat  La date de début de palier  La fréquence d'amortissement  La convention de base  La valeur du taux  La fréquence de paiement des intérêts  Le type d'amortissement  Le taux TCI du crédit  Le part des intérêts qui sont capitalisés  La fréquence de capitalisation des intérêts  Le plafond prédéfini des taux  La plancher prédéfini des taux  Courbe sur laquelle est indéxé le contrat  Tenor de la courbe  Autre nom de la courbe de taux  Le type de taux (fixe ou variable)  La convention de base  Facteur de marge contractuel  Spread de marché contractuel  La date du prochain fixing  L'échéance du prochain palier  Nombre de jours à ajouter à la prochaine date de fixing |

### 3.1.2 Fichier CASHFLOW

Les fichiers CF contiennent l’ensemble des contrats contenant des paliers pour un bassin ou un établissement donné. Les champs utilisés par la projection sont les suivants :

|  |  |
| --- | --- |
| **NOM** | **DESCRIPTION** |
| *bassin*  *etab*  *cf\_date*  *cf\_type*  *new\_value\_eur* | Le bassin comme BP, CEP  L'établissement ayant émis le contrat  La date de tombée du cashflow  Le type de cashflow (nominal ou intérêts)  La valeur du cashflow |

## 3.2 Scénarios de taux

Les scénarios de taux (taux CMS lissés) sont fournis par l’utilisateur sur l’ensemble des index et des devises nécessaires.

## 3.3 Périmètre

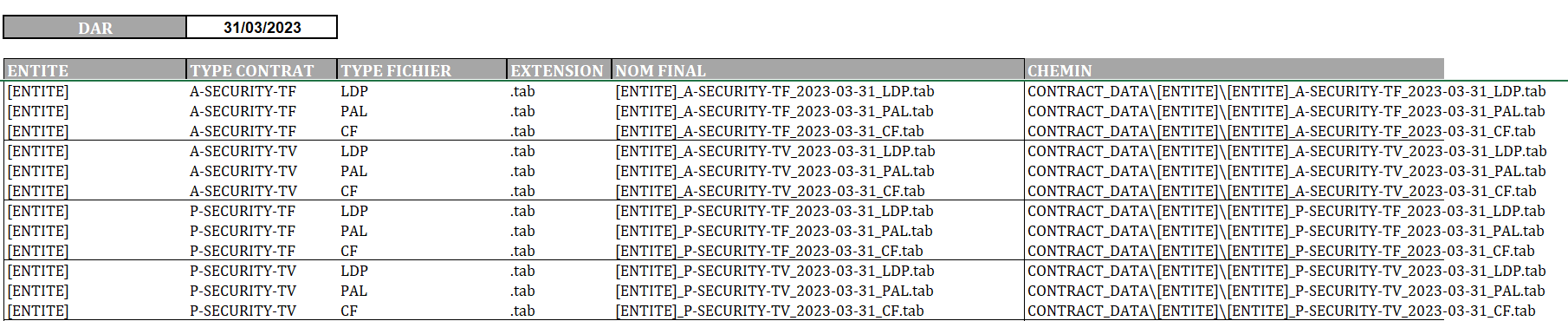
Le calculateur est segmenté par type de produit. Le périmètre des contrats considéré pour la simulation est le suivant :

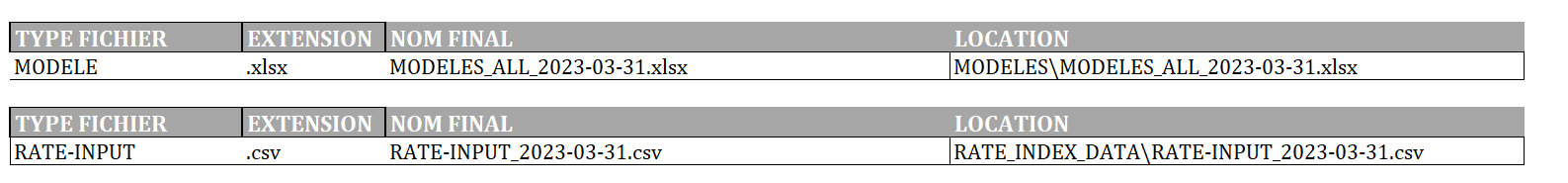
* Titres: ['A-OBLIG-2', 'A-OBLIG-1', 'A-OBLIG-3', 'A-OBLIG-4', 'A-T-SUB-DD', 'A-OBLIG-6', 'A-OBLIG-5', 'A-T-SUB-DI', 'P-TIT-OBLIG', ‘P-TCN-FI’]

## 3.4 Nomenclature

Pour pouvoir récupérer les fichiers associés à un produit, les paramètres de modélisation ainsi que les taux, nous utilisons le fichier « mapping\_nomenclature.xlsx ».

Pour un produit donné, ce fichier nécessite l’ajout des lignes suivantes pour accéder aux fichiers LDP, PAL et CF :

****

Concernant les paramètres du modèle et les taux, cela s’effectue de la manière suivante :

# 4. Modélisation

## 4.1. Contraintes et choix de modélisation

Les contraintes de la modélisation sont liées à la recherche de performance dans le temps de traitement simulations. En effet, certains bassins comme CEP ou BP possèdent des millions de contrats. Si l’utilisateur choisit de simuler plusieurs scénarios, les temps de traitement peuvent s’avérer très longs.

Par ailleurs, le langage utilisé dans PASS-ALM est le langage ***python***, un langage qui permet un temps de développement très rapide mais le temps d’exécution des scripts laisse à désirer.

Dès lors pour pallier ces contraintes, les choix suivants ont été faits :

* **Choix méthodologique :** linéariser au maximum les calculs tout en conservant un maximum de précision. Cette linéarisation a été appliqué dans 2 cas :
  + Utilisation d’un taux moyen dans le cas des taux variables pour calculer une échéance constante unique.
* **Choix technique :** utilisation des librairies python *numpy*, *numexpr*, *numba et pandas*, codées en C et qui permettent d’accélérer les calculs. Pour tirer le meilleur parti de ces librairies, il faut éviter les boucles en python et avoir une modélisation de type matricielle.

## 4.2 Calcul du taux d’inérêt

### 4.2.1 Calcul du calendrier de fixing

La détermination du calendrier de fixing est une des étapes principales pour pouvoir calculer à chaque pas de temps les taux des produits à taux variables. Le calendrier de fixing détermine les périodes pendant lesquelles le taux d’intérêt observé sur le marché est fixe.

Pour déterminer le calendrier de fixing, l’intervalle de temps entre la date de valeur et la date de maturité du contrat est divisé en périodes : la durée de ces périodes est donnée par le champ « ***fixing\_periodicity*** » (en général en 1, 3, 6 ou 12 mois). Exemple, pour une date de valeur du 15/10/2022 et une date de maturité du 15/10/2025 et une périodicité de 3 mois, les périodes de fixing seront les suivantes : 15/10/2022-15/01/2022, 15/01/2022-15/04/2022, …,15/07/2025-15/10/2025.

Pour une date intermédiaire (i.e . différente de la date de valeur et de la date de maturité), lorsque le jour associée à la période n’est pas un jour ouvré, un ajustement à la hausse ou la baisse peut être effectué en fonction du champ *calc\_day\_convention*.

Enfin lorsque le jour de la date de valeur est différent du jour de la date de maturité, la première ou la dernière période peut être écourtée en fonction du champ *broken*\_period.

### 4.2.2 Calcul du taux observé associé à chaque période de fixing

Le taux observé associé à chaque période du calendrier de fixing est calculé en fonction des dates de fixing. En effet, les dates de fixing déterminent le jour où le taux d’intérêt est observé sur le marché. Les dates de fixing sont données par :

Ainsi, il faut considérer la période le plus proche de la next\_fixing\_date pour en déduire le taux associé.

**Exemple :**

* DAR: 31/12/2022
* Fixing\_periodicity : 3M
* Current\_rate = 2.4
* E3M : M3 = 2.45; M6 = 2.6; M9 = 2.7
* Next\_fixing\_date : 31/03/2023

Voici un exemple de calendrier de fixing : période 1 : 31/03/2023 au 30/06/2023, période 2 : 30/06/2023 au 31/09/2023 et la période 3 : 31/12/2023

* Période 1 :
  + 31/03/2023 -: 30/06/2023: fixing\_date = 31/03/2023 ; taux = 2.45
* Période 2 :
  + 30/06/2023 -: 31/09/2023: fixing\_date = 30/06/2023 ; taux = 2.6
* Période 3 :
  + 30/09/2023 -: 31/12/2023: fixing\_date = 30/09/2023 ; taux = 2.7

Période 0 : de la DAR jusqu’à la next\_fixing\_date, il faut considérer le current\_rate.

La courbe sur laquelle est lu le taux de marché observé est donné par les champs *curve\_name* et *tenor*. On notera ces deux champs respectivement : IDX et M.

### 4.2.3 Cas particulier : absence de next\_fixing\_date

En cas d’absence de fixing\_date, PASS-ALM a tenté de répliquer le comportement de RCO. La next\_fixing\_date est calculée en fonction de la périodicité des intérêts ou de la périodicité du capital et de la date de matuirté du contrat.

## 4.3 Amortissement des contrats

La modélisation de l’amortissement des contrats distingue trois types de contrats :

* Les contrats sans palier qui subissent l’amortissement par défaut,
* Les contrats à palier qui subissent un amortissement tenant compte de paliers,
* Les contrats douteux, qui voient les échéances de capital amortis selon un écoulement en paramètre.

Les contrats à taux fixe ont en majorité un profil d’amortissement à échéance constante, i.e. les souscripteurs payent une échéance périodique qui contient à la fois l’amortissement en capital et les intérêts payés sur la période. Cette échéance est donnée soit en paramètre (*echeance\_eur* pour les contrats sans palier ou pour l’échéance du premier palier pour les contrats avec paliers et *new\_val\_eur* pour les paliers postérieurs au premier palier pour les contrats à palier.), ou calculé par PASS-ALM selon la formule bien connue :

On constate donc que l’amortissement en capital n’est pas constant pour un contrat à échéance constante. Dans le cas le plus général, l’amortissement du capital peut donc s’écrire :

En revanche, les contrats à profil d’amortissement linéaire au contraire amortissement le capital sur une base constante :

Les contrats à profil d’amortissement *infine* amortissement l’entièreté du capital à la date de maturité du contrat :

Dans le cas des contrats à échéances constantes, il existe une formule fermée pour mais seulement pour les cas les plus basiques, mais celle-ci n’est plus valable dès lors que la convention de base n’est pas constante ou que les périodes d’amortissement/de paiement des intérêts sont non mensuelles ou que le contrat a plusieurs paliers. **Dès lors, seul un modèle récursif nous permet de trouver**

Mais qui dit modèle récursif, dit boucle, ce qui est problématique en python. Nous allons voir par la suite comment trouver des formules semi-fermées de afin d’accélérer les calculs dans python.

### 4.2.1 Amortissement par défaut

Pour les contrats à échéance constante, il faut utiliser une méthode itérative pour trouver le capital restant mensuel ***c(t)*** à partir des intérêts toujours calculés mensuellement ***i(t)***.[[1]](#footnote-1)

La méthode devisée est la suivante pour un contrat de Nominal ***N***, à périodicité mensuelle et d’échéance constante ***e*** (qui contient l’échéance en capital et en intérêts), de taux annuel ***r*** et de convention de base ***bt*** et de durée d’amortissement ***d***.

**Période 0 :**

**Période 1 :**

**Période 2 :**

On peut réécrire de manière astucieuse ce processus récursif pour obtenir une formule générale simple **(formule (A))** du capital amorti à la période j :

C’est la formule utilisée par PASS-ALM pour les contrats sans paliers.

### 4.2.2 Amortissement des contrats à paliers

Lorsque le contrat contient plusieurs paliers d’échéance, **,** … , aux pas de temps **s1, … sp** (s1=1) la méthode se complique mais est similaire :

**Période 0 :**

Période 1=s1 :

Période 2 = s1+1 :

Période **s2** :

Période **s2** + 1 :

On peut réécrire de manière astucieuse ce processus récursif pour obtenir une formule générale **(formule (B))** du capital amorti à la période j :

**C’est la formule utilisée par PASS-ALM pour les contrats avec paliers et elle s’applique également aux contrats sans paliers.**

La partie est appelé le nominal ajusté par le taux et la partie est appelé l’échéance ajusté par le taux.

On peut écrire que :

Dans PASS-ALM, les parties  **et** font l’objet d’évaluation séparées.

### 4.2.3 Modélisation de l’amortissement des contrats d’échéance constante à taux variable

Dans le cas des taux variables, ces formules doivent être réadaptées. Pour cela, plutôt que de calculer une échéance à chaque changement de taux, nous faisons l’approximation suivante : **nous calculons un taux moyen unique correspondant à la somme sur l’ensemble des pas de temps mensuels, des taux annuels pondérée par la durée restante[[2]](#footnote-2)**. Formellement, cela s’écrit :

Avec:

A partir de ce taux, nous calculons une unique échéance constante **. Pour le calcul de** la matrice **, nous considérons les taux variables :. On peut dés lors appliquer la formule (B).**

Cette modélisation est une approximation mais qui donne des résultats très similaires à ceux de RCO:

Considérons un contrat avec un nominal de 1 000 000 d’euros à rembourser sur 50 mois. Le taux choisi dans cet exemple, est un taux à fortes variations, qui va augmenter de 0.15% à chaque mois jusqu’à atteindre 4.75%. A partir de ce mois, le taux va diminuer de 0.15% par mois jusqu’à atteindre 1% Nous allons simuler l’écoulement du capital exact et le comparer à celui approximé.

Voici les taux de l’évolution de ce taux arbitraire par mois :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| M1 | M2 | M3 | … | M25 | M26 | … | M50 |
| 1% | 1.15% | 1.30% | … | 4.75% | 4.60% | …. | 1% |

En appliquant la formule **(C)**, on obtient :

**Ce qui conduit l’échéance suivante :**

Nous pouvons alors comparer à l’écoulement exact :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | M1 | M10 | M20 | M30 | M40 |
| Ecoulement exact | 980 405,44 | 786 206,00 | 592 631,00 | 395 299,84 | 189 720,90 |
| Ecoulement approximé | 981 135,68 | 790 021,00 | 594 337,66 | 393 976,46 | 188 825,57 |
| Différence capital exact/approximé en erreur relative | 0,07448% | 0,48524% | 0,28798% | -0,33478% | -0,47192% |
| Différence capital exact/approximé | -730,24 | -3 814,99 | -1 706,66 | 1 323,38 | 895,34 |

|  |  |
| --- | --- |
| Erreur relative moyenne\* | 0,334495% |
| Erreur relative maximale\* | 0,495111% |
| Différence maximale\* | 3 814,99 |

\* : Ces calculs d’erreurs s’effectuent en prenant la valeur absolue des différences mensuelles obtenues ci-dessus

Aussi, nous obtenons une erreur moyenne entre la solution approximée et l’erreur exacte de 0,334495%. Également, le plus grand écart sur la différence de capital observé est de : 3 814,99 au mois M10 pour une erreur de 0,495111%. Le fichier est mis à disposition ici avec un autre cas réaliste :



De manière générale, comme nous avons pu le constater au travers de ces différents résultats, les erreurs sont faibles. Nous pouvons alors considérer cette approche valide, cela sera confirmé par la suite au travers de simulations de contrats réels.

Soulignons que l’intérêt de cette approximation réside dans le fait que nous pouvons simuler les contrats à taux variable de la même manière que les contrats à taux fixe. En effet, nous pouvons toujours appliquer la formule **(B).**

### 4.2.4 Intérêt de la formule

**La formule (B**) peut apparaitre complexe au premier abord mais elle est particulièrement appropriée pour pouvoir utiliser les fonctions de la librairie *numpy*, éviter les boucles et optimiser au maximum le temps de calcul.

En effet, en utilisant les fonctions fournies par *numpy*, le vecteur ***C*** représentant le capital restant  peut s’écrire :

La seule boucle à effectuer est la boucle sur le nombre de paliers, nombre assez faible (<11 en général).

On peut bien-sûr généraliser le vecteur C à une matrice contenant plusieurs contrats, 1 par ligne, afin de calculer l’amortissement du capital de plusieurs contrats concomitamment. Ces matrices sont de deux dimensions : la dimension des contrats (n) et la dimension temporelle de projection ( ).

Les contrats n’ayant la même de départ d’amortissement et la même maturité, certains éléments doivent être mis à zéro.

**Les formules A et B sont adaptées par PASS-ALM pour tenir compte de** :

* Le début et la fin de l’amortissement spécifique à chaque contrat
* La capitalisation des intérêts au début de l’amortissement :
  + On remplace dans l’expression **,** par sur la durée du premier palier.
  + On met l’échéance **e1** à 0 dans
  + Seule une fréquence mensuelle de capitalisation est actuellement gérée par PASS-ALM.
* Une fréquence d’amortissement non mensuelle :
  + Il faut changer le domaine ***A*** dans pour qu’il exclut les pas de temps entre les plots d’amortissement périodiques.
  + Il faut mettre à 1 les éléments de dans et dans entre les plots d’amortissements afin de rendre constant le taux d’accroissement. Exemple pour une fréquence trimestrielle, doit être égal à :
* Un changement de taux d’intérêt par palier :
  + Le produit cumulé des dans n’est calculé qu’une fois la somme des différents pour les différentes taux des paliers effectués sur leur plot respectifs.
* Pour un contrat à amortissement linéaire, il suffit de mettre le taux ***r*** à zéro.
* Pour un contrat à amortissement infini, il suffit de mettre le taux ***r*** à zéro et le point de départ à la maturité.
* Le taux ***r*** au premier mois de l’amortissement est recalculé pour tenir compte des intérêts cumulés (accruals).

### 4.2.6 Calcul du capital avant amortissement

Le capital avant amortissement est calculé de la façon suivante :

1. Il est égal au capital de départ (***outstanding\_eur)*** si la date de valeur du contrat est passée (inférieure à la DAR) jusqu’à la date de début d’amortissement
2. Est égal au nominal le jour de la value\_date pour un contrat futur. Il est égal à 0 avant.

### 4.2.7Amortissement de la surcote/décote

Pour valoriser un titre obligataire dans une logique comptable, on a besoin d’actualiser sa valeur en fonction des prix du marché. La notion de surcote/décote permet d’actualiser la valeur d’un titre. Ainsi la valeur actualisée d’un titre est égale au nombre de titres détenus multipliés par sa valeur originelle unitaire à laquelle on ajoute la valeur de la surcote/décote :

Cette surcote/décote est amortit de façon linéaire dans PASS-ALM jusqu’à la maturité du titre :

### 4.2.8 Calcul de la convention de base

La durée d’une période d’amortissement ou d’application es taux de RA/RN est en générale mensuelle et va dépendre de la convention de base des contrats (30/360, ACT/365 etc.).

Cependant, la première de départ ou de fin peut écourtée ou allongée si le jour de la date de valeur est différent du jour de la date de maturité selon des règles données par le champ ***broken\_period***.

Ainsi si le champ ***broken\_period*** est égal à « Start Short » (plus de 99% des contrats), et si le jour de la date de valeur est inférieur au jour de la date de maturité, alors la première période est avancée de 1 mois et écourtée au nombre de jours entre la date de valeur et la date de maturité. Exemple : pour une date de valeur au 09/01/2024 et une date de maturité au 21/06/2045. Alors la première période aura lieu entre le 09/01/2024 et le 21/01/2024.

L’amortissement tombe en fin de période.

## Calcul des indicateurs

Les indicateurs en sortie de PASS-ALM sont les suivants : LEM (Gap de liquidité moyen mensuel), la MNI (Marge Nette d’Intérêt aux taux client).

On pose d(t) et m(t) respectivement, le jour tombée de l’amortissement dans le mois considéré et le nombre de jours du mois considéré. Il faut également noter df(t) le jour de tombée de la date de fixing du mois considéré. Alors les indicateurs susmentionnés sont calculés de la façon suivante :

* La MNI quant à elle, est calculée en deux temps.
  + Selon la logique classique :

* + Puis en retranchant le flux mensuel de surcote/décote :

**=**

# Comparaison avec RCO

Les différences entre RCO et PASS-ALM sont très tenues que ce soit sur les taux variables ou fixes ou sur les jambes payeuses ou receveuses. Ci-après les résultats sur BP à la DAR du 31/03/2024 :

1. Les intérêts peuvent être payés non mensuellement mais ils sont toujours calculés sur une base mensuelle. En général ils sont toujours payés à la même fréquence que l’amortissement. [↑](#footnote-ref-1)
2. Dans le cas des contrats avec des paliers, il faut recalculer ce taux à chaque palier. [↑](#footnote-ref-2)